Далее, если $f(t) = 0$ для $t > T > \delta$, то существует такое $M > 0$, что

$$\sup_{s\in[t-\delta,\, t]} |x(s)| \leqslant Me^{-\beta(t-T)} \sup_{s\in[T-\delta,\, T]} |x(s)|$$

при всех $t \geqslant T$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Азбелев Н. В., Максимов В. П., Рахматуллина Л. Ф.* Элементы современной теории функционально-дифференциальных уравнений. Методы и приложения. М.: Институт компьютерных исследований, 2002.
2. *Азбелев Н. В., Симонов П. М.* Устойчивость решений уравнений с обыкновенными производными. Пермь: ПГУ, 2001.
3. *Барбашин Е. А.* Введение в теорию устойчивости. М.: Наука, 1967.

Цалюк Вадим Зиновьевич
Кубанский государственный ун-т
Россия, Краснодар
e-mail: vts@math.kubsu.ru

Поступила в редакцию 25 апреля 2007 г.

W-МЕТОД ДЛЯ РЕШЕНИЯ КВАДРАТИЧНЫХ ВАРИАЦИОННЫХ ЗАДАЧ: УСТОЙЧИВОСТЬ СТОЙКИ ПОД НАГРУЗКОЙ [1]

© **В. З. Цалюк**

В докладе кратко описывается применение W-метода к вариационным задачам с квадратичным функционалом, в которых искомой является функция, определенная на отрезке $[a,\, b]$. Суть метода: с помощью оператора Грина подходящим образом выбранной краевой задачи для уравнения в обыкновенных производных вариационная задача переводится в экстремальную задачу в пространстве $\mathbf{L}_2(a,\, b)$ или в некотором его подпространстве.

Это позволяет получить необходимые и достаточные условия существования единственной точки минимума в терминах спектра линейного интегрального оператора в $\mathbf{L}_2$ с симметричным ядром.

К таким задачам о существовании единственного минимума в вариационной задаче приводит применение вариационного принципа Лагранжа к задаче об устойчивости вертикальной стойки под продольной нагрузкой. При этом стержень может иметь переменные (возможно, разрывные) характеристики поперечного сечения, в том числе приводящие

[1] Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 04-01-96016, № 06-01-00744 и № 07-01-96060).

к трехмерной деформации стержня. Возможно произвольное количество дополнительных опор.

Использование символьных компьютерных вычислений над (кусочно-) многочленными функциями с рациональными коэффициентами позволяет вычислить критическую силу нагрузки, гарантируя, в принципе, любую наперед заданную точность результата.

Систематическое изложение теории метода и примеры его применения можно найти в книге [1].

В докладе приводятся новые примеры расчетов критической силы для трехмерного стержня.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Азбелев Н. В., Култышев С. Ю., Цалюк В. З.* Функционально-дифференциальные уравнения и вариационные задачи. Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»; Институт компьтерных исследований, 2006. 122 с. (`http://shop.rcd.ru`).

Цалюк Вадим Зиновьевич
Кубанский государственный ун-т
Россия, Краснодар
e-mail: vts@math.kubsu.ru

Поступила в редакцию 20 апреля 2007 г.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ В ЦИЛИНДРЕ

© **И. М. Цун**

Интерес к решению задач типа Стефана — задач кристаллизации — связан с широким распространением производственных процессов, прежде всего, в металлургии. Рассмотрим задачу кристаллизации движущегося вдоль оси термически тонкого жидкостного цилиндра.

Наибольший интерес с точки зрения изучения особенностей рассматриваемого процесса представляет цикл исследований, проведенных Н.Р. Берманом и другими [1] в связи с разработкой и дальнейшим совершенствованием производственных процессов изготовления литого микропровода в стеклянной изоляции диаметром 5-30 мкм со скоростью до 8 м/с. Ими проанализирована задача кристаллизации не теплоизолированного от окружающей среды движущегося вдоль оси жидкостного цилиндра. Отличительной особенностью является то, что поверхность фронта кристаллизации этими исследователями была аксиоматизирована плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра. Следствием этого допущения ими были расчётным путём получены значительные переохлаждения жидких металлов ниже